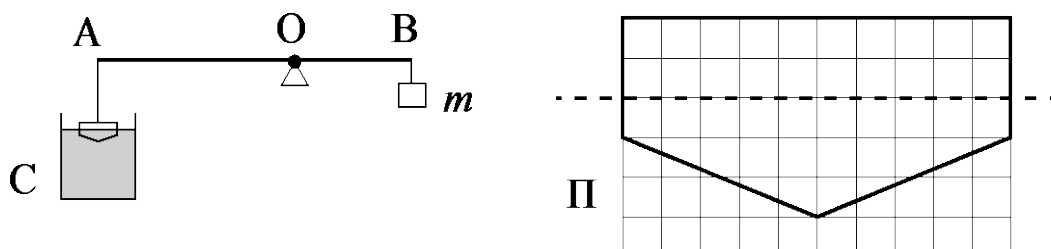
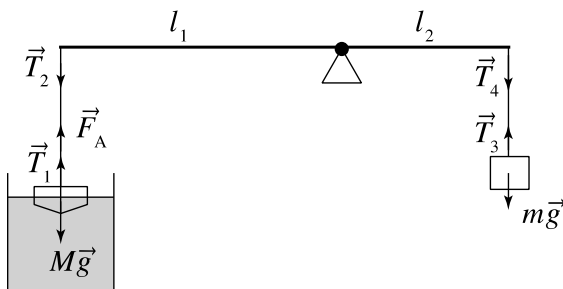


7-9 классы задача 1.2. (решение)

1.2. Задача. На концах невесомого жесткого стержня АВ подвешены на невесомых нитях поплавок и груз массой $m = 700$ г. Поплавок П находится в сосуде С с водой плотностью $\rho = 1000$ кг/м³ и имеет профиль, изображенный на рисунке, где сторона одной клетки $a = 1$ см, пунктиром отмечен уровень воды. Профиль не изменяется в направлении, перпендикулярном плоскости рисунка, в этом направлении длина полавка равна $10a$. Стержень может вращаться вокруг неподвижной горизонтальной оси О и находится в равновесии. Найдите плотность полавка, если плечи стержня $AO = l_1 = 50$ см, $OB = l_2 = 10$ см. Ответ выразите в кг/м³.



1.2. Решение.



Согласно рисунку общий объем полавка равен:

$$V = 10 \cdot 10 \cdot 3 a^3 + \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 2 \cdot 10 a^3 = 400 a^3 = 400 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3.$$

Объем погруженной в воду части полавка согласно аналогичным расчетам с использованием рисунка составляет:

$$V_{\text{п}} = 200 a^3 = 200 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3.$$

Масса полавка $M = \rho_{\text{т}} V$, где $\rho_{\text{т}}$ – его плотность. На поплавок действует направленная вертикально вверх сила Архимеда, равная: $F_{\text{А}} = \rho_{\text{в}} V_{\text{п}} g$, где $\rho_{\text{в}}$ – плотность воды, g – ускорение свободного падения. Модули сил натяжения нитей попарно равны: $T_1 = T_2$ и $T_3 = T_4$.

Запишем второй закон Ньютона для полавка в проекции на вертикальную ось:

$$0 = T_1 + F_A - Mg,$$

Отсюда получаем, что $T_1 = \rho_{\text{т}} V g - \rho_{\text{в}} g V_{\text{п}}$. Запишем второй закон Ньютона для груза в проекции на вертикальную ось:

$$0 = T_3 - mg.$$

Отсюда $T_3 = mg$. Момент силы, вращающей рычаг против часовой стрелки равен:

$$M_1 = T_2 l_1 = l_1 g (\rho_{\text{т}} V - \rho_{\text{в}} V_{\text{п}}).$$

Момент силы, вращающей рычаг по часовой стрелке равен:

$$M_2 = T_4 l_2 = l_2 mg.$$

Условие равновесия:

$$M_1 = M_2.$$

Решая последнее уравнение с учетом выражений, записанных ранее получим, что искомая плотность поплавка будет равна:

$$\rho_{\text{т}} = \frac{l_2 m + l_1 \rho_{\text{в}} V_{\text{п}}}{l_1 V}.$$

Подставляя известные числовые значения, получим:

$$\rho_{\text{т}} = \frac{0,1 \cdot 0,7 + 0,5 \cdot 1000 \cdot 200 \cdot 10^{-6}}{0,5 \cdot 400 \cdot 10^{-6}} = 850 \text{ кг/м}^3.$$

Ответ: $\rho_{\text{т}} = 850 \text{ кг/м}^3$.